EJERCICIO. SIMPLIFIQUE LA SIGUIENTE EXPRESIÓN ALGEBRAICA

$$\sqrt[n]{\frac{4^{2n+1}+2^{4n+1}}{6(4^n)}}$$

- SOLUCIÓN

SE DESEA SIMPLIFICAR LA RAÍZ n-ÉSIMA (INDICADA EN EL ÍNDICE n) DE UNA FRACCIÓN.
EL NUMERADOR CONSISTE DE UNA SUMA DE TÉRMINOS NO SEMEJANTES (LA BASE Y EL EXPONENTE ASOCIADO SON DIFERENTES), POR LO TANTO, NO PUEDEN SUMARSE DE FORMA /DIRECTA/. POR OTRO LADO, EL DENOMINADOR ESTÁ FORMADO POR EL PRODUCTO DE DOS FACTORES. EL PRIMER FACTOR ES CONSTANTE, MIENTRAS QUE EL SEGUNDO CONSISTE DE UNA BASE (4) ELEVADA A UN EXPONENTE n., EL PRODUCTO DE ESTOS FACTORES NO PUEDE REALIZARSE DE FORMA /DIRECTA/ AL SER DIFERENTES BASES.

DEBE RECORDARSE QUE LA SOLUCIÓN ES ÚNICA, SIN EMBARGO, EL PROCESO EFECTUADO PUEDE CAMBIAR DE PERSONA A PERSONA. TODO PROCESO PARTE DE LOS TEOREMAS FUNDAMENTALES DEL ÁLGEBRA.

$$\sqrt[n]{\frac{4^{2n+1}+2^{4n+1}}{6(4^n)}} = \sqrt[n]{\frac{4^{2n}\cdot 4+2^{4n}\cdot 2}{6(4^n)}}$$

→ LEY EMPLEADA: PRODUCTO DE POTENCIAS DE LA MISMA BASE $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

- SE OBSERVA QUE EL PRIMER FACTOR DEL PRIMER SUMANDO PUEDE REESCRIBIRSE DE LAS SIGUIENTES FORMAS:

$$4^{2n} = (2^2)^{2n} = 2^{4n}$$

→ LEY EMPLEADA: POTENCIA DE UNA POTENCIA $(a^m)^n = a^{m\cdot n}$

POR LO TANTO:

$$\sqrt[n]{\frac{4^{2n}\cdot 4+2^{4n}\cdot 2}{6(4^n)}} = \sqrt[n]{\frac{2^{4n}\cdot 4+2^{4n}\cdot 2}{6(4^n)}}$$

EN EL NUMERADOR SE OBSERVA QUE LOS SUMANDOS CONTIENEN UN FACTOR COMÚN (2^{4n}), POR LO QUE SE FACTORIZA DICHO TÉRMINO.

$$\sqrt[n]{\frac{2^{4n}\cdot 4+2^{4n}\cdot 2}{6(4^n)}}=\sqrt[n]{\frac{2^{4n}(4+2)}{6(4^n)}}=\sqrt[n]{\frac{2^{4n}(6)}{6(4^n)}}$$

$$=\sqrt[n]{\frac{(6)\,2^{4n}}{6\,(4^n)}}$$

→ PROPIEDAD EMPLEADA: CONMUTATIVA (MULTIPLICACIÓN) $a\cdot b=b\cdot a$

$$\sqrt[n]{\frac{(6)\,2^{4n}}{(6)\,(4^n)}}=\sqrt[n]{\frac{6}{6}\cdot\frac{2^{4n}}{4^n}}=\sqrt[n]{1\cdot\frac{2^{4n}}{4^n}}=\sqrt[n]{\frac{2^{4n}}{4^n}}$$

→ PROPIEDAD EMPLEADA: MULTIPLICACIÓN DE FRACCIONES $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$

FINALMENTE:

$$\sqrt[n]{\frac{2^{4n}}{4^n}}=\frac{\sqrt[n]{2^{4n}}}{\sqrt[n]{4^n}}=\frac{2^{\frac{4n}{n}}}{4^{\frac{n}{n}}}=\frac{2^{4\cdot 1}}{4^1}=\frac{2^4}{4}=4$$

→ PROPIEDADES EMPLEADAS:

COCIENTE DE RAÍCES $\sqrt[m]{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[m]{b}}$

EXPONENTE FRACCIONARIO $\sqrt[b]{x^a}=x^{\frac{a}{b}}$